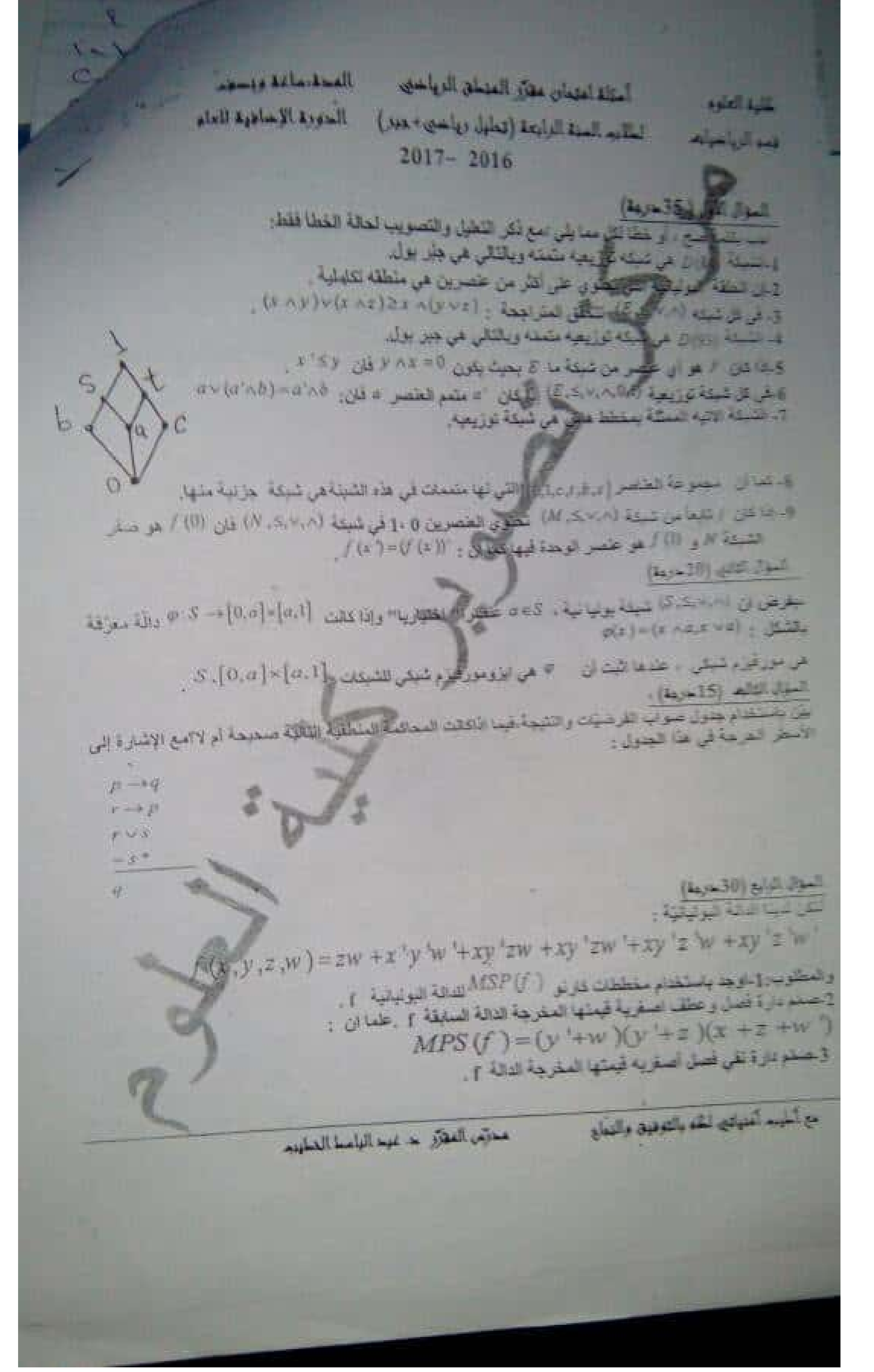


كلية العلوم — أسئلة امتحان مقرر المنطق الرياضي — المدة: ساعة ونصف

قسم الرياضيات — لطلاب السنة الرابعة (تحليل رياضي + جبر) — الدورة الإضافية العام

2017- 2016

السؤال الأول ([illegible] درجة)

بيّن صحيح / أو خطأ كل مما يلي مع ذكر التعليل والتصويب لحالة الخطأ فقط:

1. الشبكة $D(\ )$ هي شبكة توزيعية متممة وبالتالي هي جبر بول.
2. إن الشبكة التوزيعية التي تحتوي على أكثر من عنصرين هي منطقة تكاملية.
3. في كل شبكة $(E,\vee,\wedge)$ تتحقق المتراجحة: $(x\wedge y)\vee(x\wedge z)\geq x\wedge(y\vee z)$.
4. الشبكة $D(\ )$ هي شبكة توزيعية متممة وبالتالي هي جبر بول.
5. إذا كان y هو أي عنصر من شبكة ما E بحيث يكون $y\wedge x=0$ فإن $x'\leq y$.
6. في كل شبكة توزيعية $(E,\leq,\vee,\wedge,0,1)$ إذا كان a' متمم العنصر a فإن: $a\vee(a'\wedge b)=a'\wedge b$.
7. الشبكة الآتية الممثلة بمخطط هاس هي شبكة توزيعية.

8. علماً أن مجموعة العناصر $\{a,b,c,t,s\}$ التي لها متممات في هذه الشبكة هي شبكة جزئية منها.
9. إذا كان f تشاكلاً من شبكة $(M,\leq,\vee,\wedge)$ تحتوي العنصرين 0، 1 في شبكة $(N,\leq,\vee,\wedge)$ فإن $f(0)$ هو صفر الشبكة N و $f(1)$ هو عنصر الوحدة فيها ويكون: $f(x')=(f(x))'$.

السؤال الثاني (30 درجة)

بفرض أن $(S,\leq,\vee,\wedge)$ شبكة بوليانية، $a\in S$ عنصراً اختيارياً وإذا كانت $\varphi:S\to[0,a]\times[a,1]$ دالة معرفة بالشكل: $\varphi(x)=(x\wedge a,x\vee a)$

هي مورفيزم شبكي، عندها اثبت أن φ هي ايزومورفيزم شبكي للشبكات $S,[0,a]\times[a,1]$.

السؤال الثالث (15 درجة)

بيّن باستخدام جدول صواب الفرضيات والنتيجة فيما إذا كانت المحاكمة المنطقية التالية صحيحة أم لا مع الإشارة إلى الأسطر الحرجة في هذا الجدول:

$p\to q$
$r\to p$
$r\vee s$
$\neg s$
___
q

السؤال الرابع (30 درجة)

لتكن لدينا الدالة البوليانية:

$$f(x,y,z,w)=zw+x'y'w'+xy'zw+xy'zw'+xy'z'w+xy'z'w'$$

والمطلوب: 1- أوجد باستخدام مخططات كارنو $MSP(f)$ للدالة البوليانية f.

2- صمم دارة فصل وعطف أصغرية قيمتها المخرجة الدالة السابقة f، علماً أن:

$$MPS(f)=(y'+w)(y'+z)(x+z+w')$$

3- صمم دارة نفي فصل أصغرية قيمتها المخرجة الدالة f.

مع أطيب أمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

مدرس المقرر د. عبد الباسط الخطيب

العلامة

رياضيات

سلم تصحيح مقرر المنطق الرياضي — الدرجة 100

الدورة الإضافية سنة رابعة / تحليل + جبر /

2016 – 2017 .

س1 (35 درجة) : 1 – 9 (4 درجات لكل سؤال) ما عدا 4 (3 درجات)

1 – خطأ، والصواب $D(84)$ هي شبكة توزيعية وغير متممة لأن $84=2^2\cdot3\cdot7$ أي أن العدد 84 يقبل القسمة على مربع عدد أولي هو 2 .

2 – خطأ، والصواب إن الحلقة البوليانية التي تحتوي أكثر من عنصرين ليست منطقة تكاملية (لأنها تحوي على قواسم الصفر) .

3 – خطأ، والصواب أنه في كل شبكة $(E,\le,\vee,\wedge)$ تتحقق المتراجحة:

$x\wedge(x\vee y)\geq(x\wedge y)\vee(x\wedge z)$.

4 . صحيح لأن $D(93)=\{1,3,31,93\}$.

6 – خطأ، والصواب : $a\vee(a'\wedge b)=a\vee b$

5 – خطأ، والصواب ... ما بين $y\le x'$.

7 – خطأ، والصواب الشبكة غير توزيعية لأن ،

$$\left.\begin{array}{l} s\wedge(b\vee c)=s\wedge 1=s \\ (s\wedge b)\vee(s\wedge c)=b\vee 0=b \end{array}\right\}\Rightarrow s\neq b$$

8 – خطأ، والصواب إن مجموعة العناصر هذه لا تشكل شبكة جزئية لأن $s\wedge t=a\notin M$ إذ إن a غير موجود بالمجموعة M .

9 – خطأ، والصواب : التابع f يجب أن يكون ايزومورفيزم جبر بولي .

س2 (20 درجة) : لنبين أن φ هو مورفيزم شبكي تقابلي إذا أثبتنا أن φ متباين وغامر (تقابل) .

φ متباين : وهو متباين لأنه إذا كان

$$\varphi(x)=\varphi(y)\Leftrightarrow(x\wedge a,\,x\vee a)=(y\wedge a,\,y\vee a)$$

ومنه :

$$\left.\begin{array}{l} x\wedge a=y\wedge a \\ x\vee a=y\vee a \end{array}\right\}\xrightarrow[S\ \text{توزيعية}]{\text{وبما أن}} x=y \quad \boxed{8}$$

φ غامر: ليكن (y,z) عنصراً اختيارياً من المجموعة $[0,a]\times[a,1]$، عندها فإن الزوج السابق يكون محققاً للشرط $y \le a\ ,\ z \ge a$ ومنه علينا اختيار العنصر x بـ: $y \vee (z \wedge a')$ بحيث يكون: $\varphi(x) = (y,z)$ وعليه: (2)

(5)

$$[y \vee (z \wedge a')] \wedge a = (y \vee z) \wedge (y \vee a') \wedge a$$
$$= (y \vee a') \wedge (y \wedge a) \vee \underbrace{(z \wedge a)}_{a}$$
$$= (y \vee a') \wedge a = (y \wedge a) \vee \underbrace{(a' \wedge a)}_{0}$$
$$= y \vee 0 = y$$

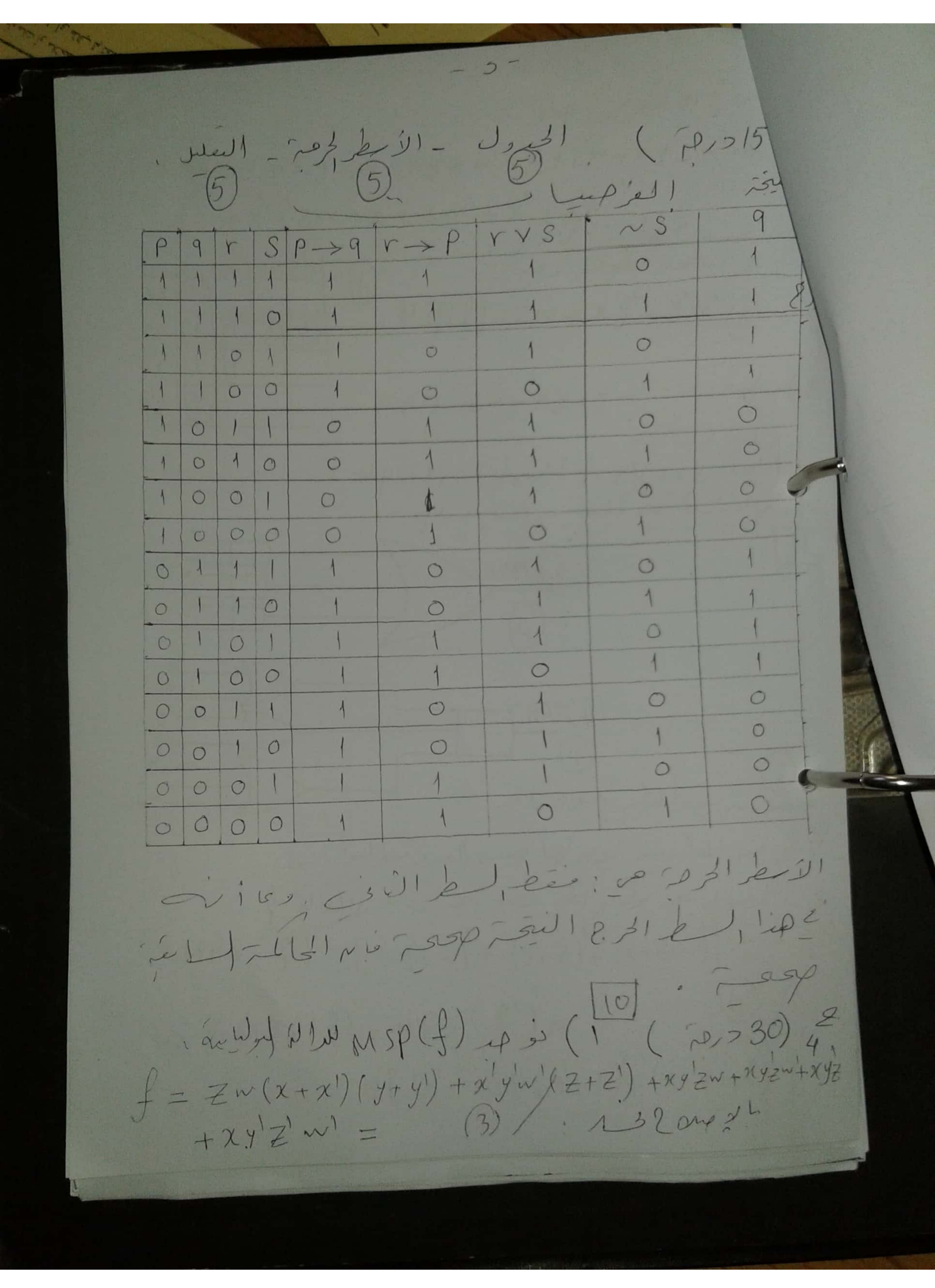
ومن جهة ثانية:

(5)

$$[y \vee (z \wedge a')] \vee a = (y \vee a) \vee (z \wedge a')$$
$$= a \vee (z \wedge a') = (a \vee a') \wedge$$
$$\wedge \underbrace{(a \vee z)}_{z} = 1 \wedge z = z$$

وهذا يعني أن φ غامر.

يتبع ←



15 درجة) الجدول ⑤ - الأسطر الحرجة ⑤ - التعليل ⑤ .

الفرضيات — النتيجة

p	q	r	s	p → q	r → p	r ∨ s	~s	q
1	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0

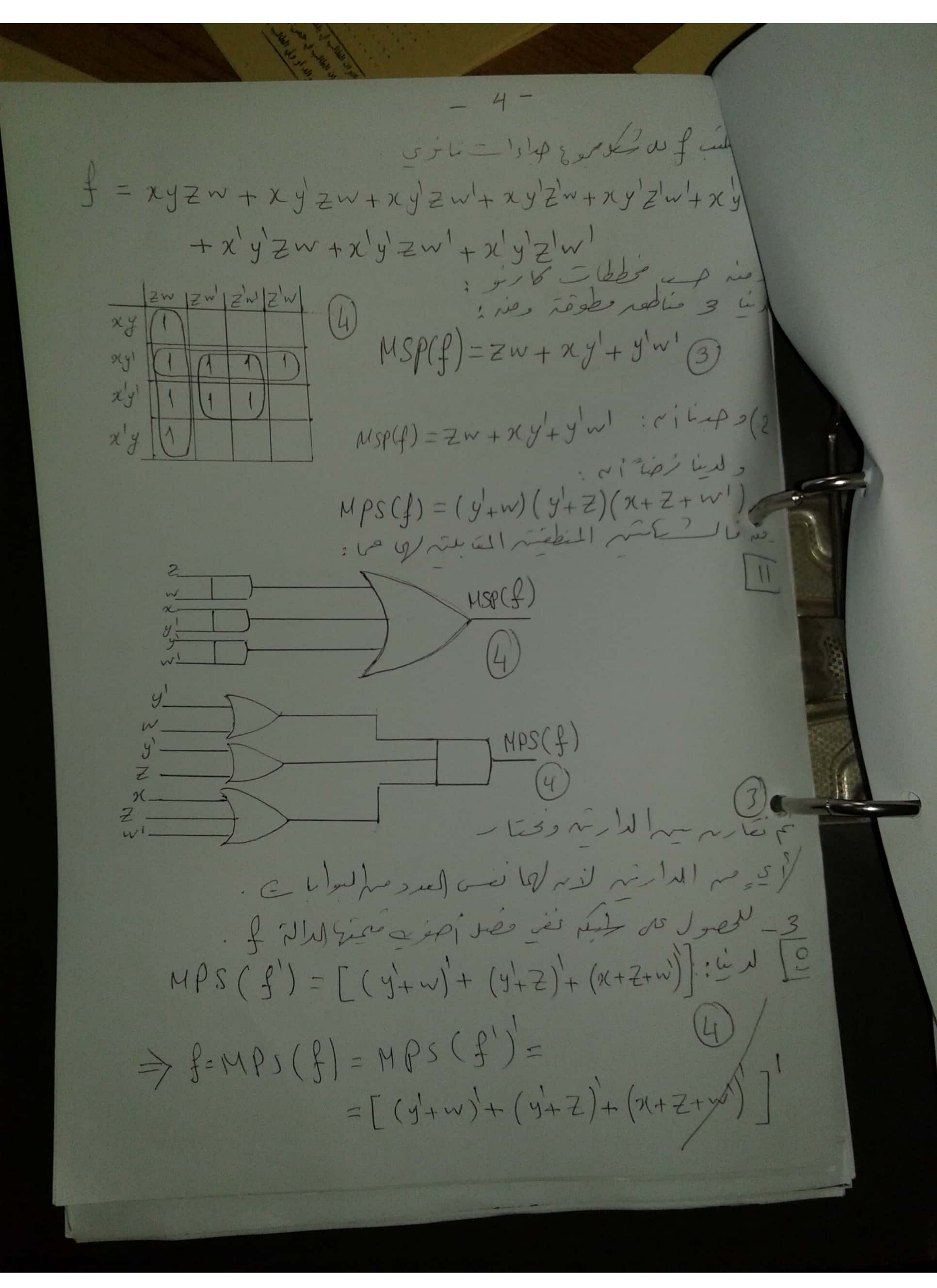
8

الأسطر الحرجة هي: فقط السطر الثاني، وبما أنه في هذا السطر الحرج النتيجة صحيحة فإن المحاكمة السابقة صحيحة .

10

ع4 (30 درجة) 1) نوجد MSP(f) للدالة البوليانية ،

$f = zw(x+x')(y+y') + x'y'w'(z+z') + xy'zw + xyzw' + xyz$
$+ xy'z'w' =$ (3) / ناتج صح 2 فقط .



نكتب f لها شكل مجموع جداءات نظامي

$$f = xyzw + xy'zw + xy'zw' + xy'z'w + xy'z'w' + x'y \ldots$$
$$+ x'y'zw + x'y'zw' + x'y'z'w'$$

ومنه حسب مخططات كارنو :

لدينا 3 عناصر مطوقة ومنه :

	zw	zw'	z'w'	z'w
xy	1			
xy'	1	1	1	1
x'y'	1	1	1	
x'y	1			

(4)

$$MSP(f) = zw + xy' + y'w'$$ (3)

2) وجدنا أن :

$$MSP(f) = zw + xy' + y'w'$$

ولدينا أيضاً أن :

$$MPS(f) = (y'+w)(y'+z)(x+z+w')$$

ومنه فالدارات المنطقية المقابلة لهما هي :

11

(3)

ثم نقارن بين الدارتين ونختار أي من الدارتين لأن لهما نفس العدد من البوابات.

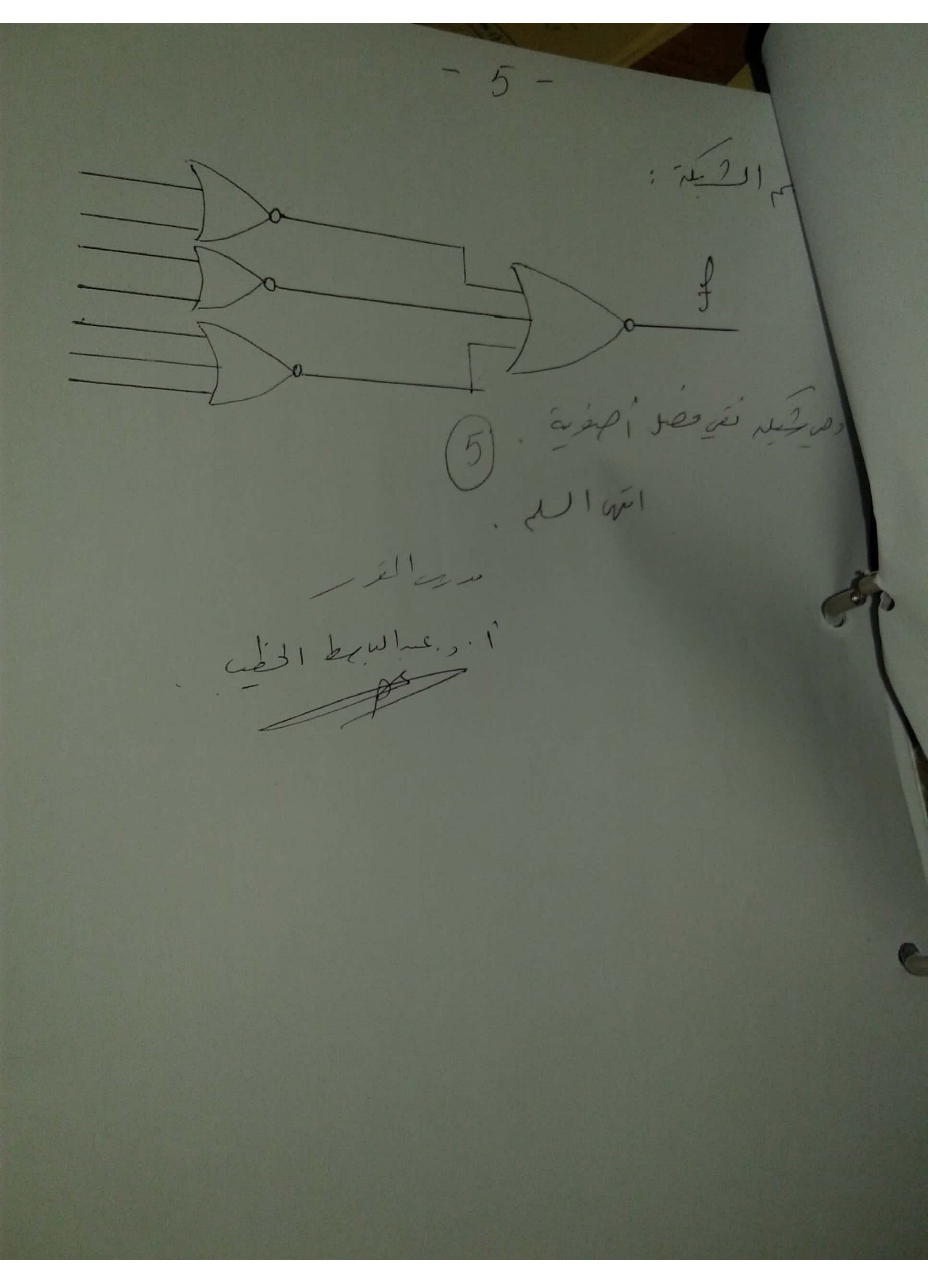
3- للحصول على حل آخر نفي فصل أصغري نفي الدالة f.

0

لدينا : $MPS(f') = [(y'+w)' + (y'+z)' + (x+z+w')']$

(4)

$$\Rightarrow f = MPS(f) = MPS(f')' =$$
$$= [(y'+w)' + (y'+z)' + (x+z+w')']'$$



رسم الشبكة :

وهي تمثيل نفي فصل أصغرية . (5)

انتهى السلم .

مدرس المقرر

أ.د. عبد الباسط الخطيب